

GLOBAL DERIVADAS

1.- Aplicando la definición de derivada, calcula la función derivada de

$f(x) = x^2 - x$ ¿Cuánto vale $f'(-3)$?

(1,5 puntos)

2.- Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

(4 puntos)

a) $y = \sqrt{2 + \cos x}$

b) $y = e^{-x} \cdot \operatorname{sen} x$

c) $y = \ln(3x^4 - 2x^2 + 5x - 7)$

d) $y = 3^{\operatorname{tg} x + 1}$

3.- Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^3 - x$ en el punto de abscisa $x = -1$.

(1,5 puntos)

4.- Representa gráficamente la siguiente función, haciendo un estudio previo lo más completo posible: $f(x) = -x^4 + x^2$

(3 puntos)

SOLUCIONES

$$1.- f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - (x+h) - (x^2 - x)}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + h^2 + 2xh - x - h - x^2 + x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2xh - h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(h + 2x - 1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (h + 2x - 1) = 2x - 1$$

$$f'(-3) = 2(-3) - 1 = -7$$

$$2.- a) y = \sqrt{2 + \cos x} \quad y' = \frac{1}{\sqrt{2 + \cos x}} \cdot (-\sin x) = \frac{-\sin x}{\sqrt{2 + \cos x}}$$

$$b) y = e^{-x} \cdot \sin x \quad y' = e^{-x}(-1) \cdot \sin x + e^{-x} \cdot \cos x$$

$$y' = e^{-x}[-\sin x + \cos x]$$

$$c) y = \ln(3x^4 - 2x^2 + 5x - 7) \quad y' = \frac{1}{3x^4 - 2x^2 + 5x - 7} (12x^3 - 4x + 5) = \frac{12x^3 - 4x + 5}{3x^4 - 2x^2 + 5x - 7}$$

$$d) y = 3^{tg x + 1} \quad y' = 3^{tg x + 1} \ln 3 \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{3^{tg x + 1} \ln 3}{\cos^2 x}$$

$$3.- y = x^3 - x \text{ recta tangente en } x = -1$$

$$\text{ecuación de la recta tangente: } y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$x_0 = -1 \Rightarrow f(x_0) = f(-1) = (-1)^3 - (-1) = 0$$

$$f'(x) = 3x^2 - 1 \Rightarrow f'(x_0) = f'(-1) = 3(-1)^2 - 1 = 2$$

$$y - 0 = 2(x + 1) \Rightarrow y = 2x + 2 \text{ ecuación pedida}$$

$$4.- f(x) = -x^4 + x^2 \text{ Función polinómica Dom}=\mathbb{R}$$

No tiene asíntotas

$$\text{Crecimiento, máximos y mínimos: } y' = -4x^3 + 2x \rightarrow -4x^3 + 2x = 0 \Rightarrow$$

$$x(-4x^2 + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -4x^2 + 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1/2 \Rightarrow x = \pm 0.7 \end{cases}$$

Sg(f')	+	-0.7	-	0	+	0.7	-
f es	creciente	MÁX	decreciente	MÍN	creciente	MÁX	decreciente

Máximo en (0.7, 0.25) y (-0.7, 0.25) Mínimo en (0, 0)

Puntos de corte con los ejes:

Eje OY: $x = 0 \Rightarrow y = -0^4 + 0^2 = 0$

Eje OX: $-x^4 + x^2 = 0 \Rightarrow x^2(-x^2 + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$

